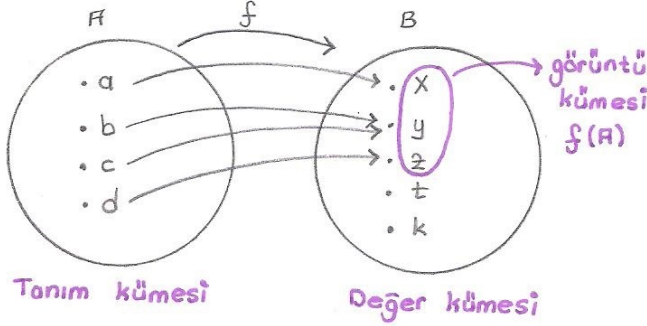


FONKSİYON

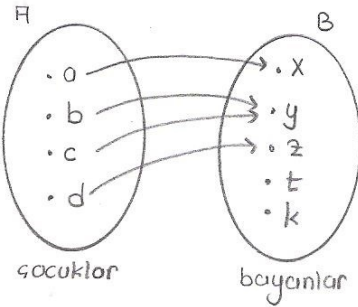
A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere A nın her bir elemanını B nın sadece bir elemanına eşleyen bağıntıya **fonksiyon** adını veriyoruz.

$$f: A \rightarrow B$$

$$(x \in A \text{ ve } y \in B)$$



▼ Tanımı oklımızda daha iyi tutabilmek için.

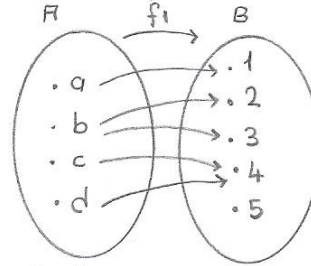


- Her çocuğun mutlaka bir annesi vardır, ama her bayanın bir çocuğu olmak zorunda değildir. (tanım kümesinde açıkta eleman kalmaz, değer kümesinde açıkta eleman kalabilir, kalmayabilir)
- Bir çocuğun iki ya da daha fazla annesi olamaz ama iki ya da daha fazla çocuk kardeş olabilir. (tanım kümesinden bir eleman değer kümesinden iki ya da daha fazla elemanla eşleşemez, ama tanım kümesinden iki ya da daha fazla eleman değer kümesinden bir elemanla eşleşebilir)

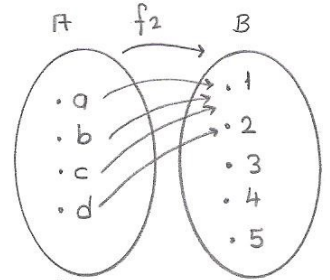
$$1) A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ olsun.}$$

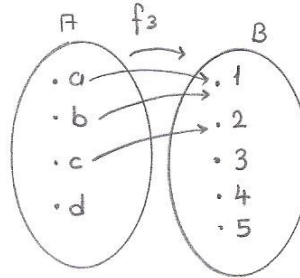
$A \rightarrow B$ ye tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangileri bir fonksiyondur?



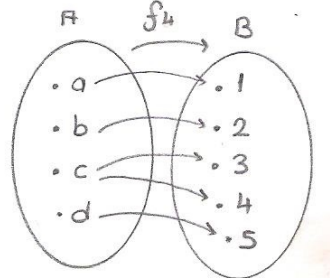
f_1 fonksiyon değildir.



f_2 fonksiyondur.



f_3 fonksiyon değildir.



f_4 fonksiyon değildir.

2) $A = \{a, b, c\}$ kümesinden $B = \{5, 6, 7, 8\}$ kümesine tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangisi bir fonksiyon belirtir?

$$\beta_1 = \{(a, 5), (a, 6), (a, 7), (b, 5), (b, 7)\} \times$$

$$\beta_2 = \{(a, 5), (b, 5), (c, 6), (b, 8)\} \times$$

$$\beta_3 = \{(a, 7), (b, 5), (c, 8)\} \checkmark$$

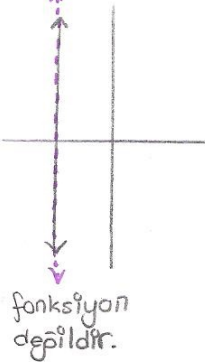
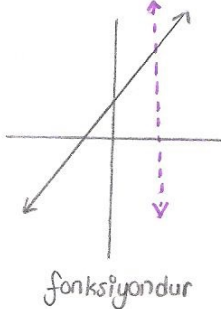
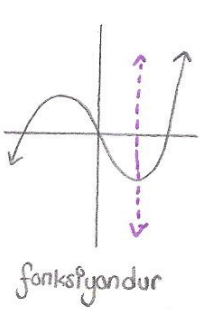
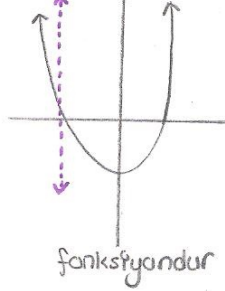
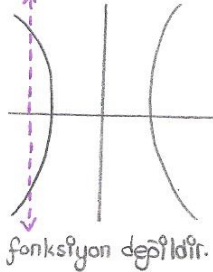
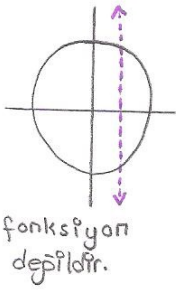
$$\beta_4 = \{(a, 6), (b, 5)\} \times$$

$$\beta_5 = \{(a, 8), (b, 8), (c, 8)\} \checkmark$$



Grafikçi verilen bir bağıntının fonksiyon olması için y eksenine çizilen paraleller grafikçi yalnız bir noktada kesmelidir.

3) Aşağıda verilen bağıntılardan hangisi bir fonksiyon belirtir?



4) Aşağıda verilen bağıntılardan hangileri bir fonksiyondur?

I. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = x^2 - 7$

$x=0$ için $f(0) = -7$ doğal sayı değildir. Dolayısıyla fonksiyon değildir.

II. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = 2x + 4$

Her $x \in \mathbb{Z}$ için $(2x+4) \in \mathbb{Z}$ olduğundan fonksiyondur.

III. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = x^2 + 4$

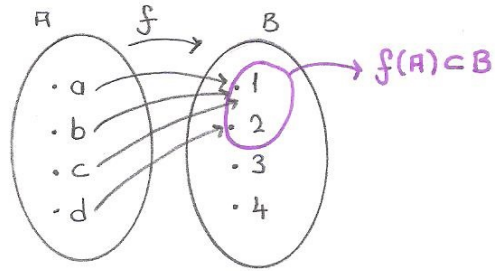
Her $x \in \mathbb{Z}$ için $(x^2+4) \in \mathbb{N}$ olduğundan bir fonksiyondur.

IV. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x+2}$

$x = -4$ için $f(-4) = \sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$ olduğundan bir fonksiyon değildir.

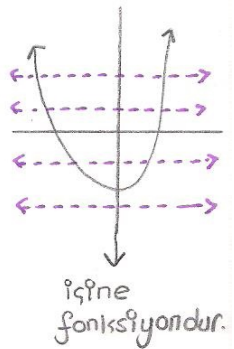
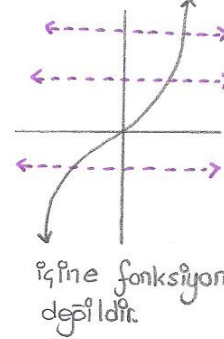
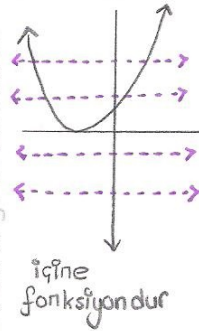
FONKSİYON TÜRLERİ

• **İçine fonksiyon:** Değer kümesinde açıkta kalan en az bir eleman varsa fonksiyon içine fonksiyondur.

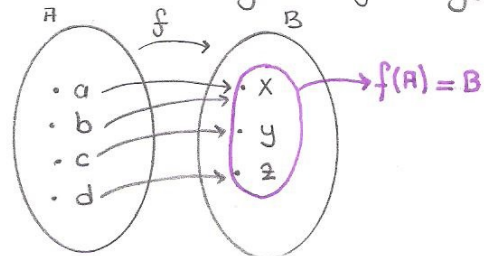


Grafikçi verilen bir bağıntının içine olması için x eksenine çizilen tüm doğrulardan en az bir tanesi grafikçi kesmemelidir.

5) Aşağıda verilen fonksiyonlardan hangileri içine fonksiyondur?

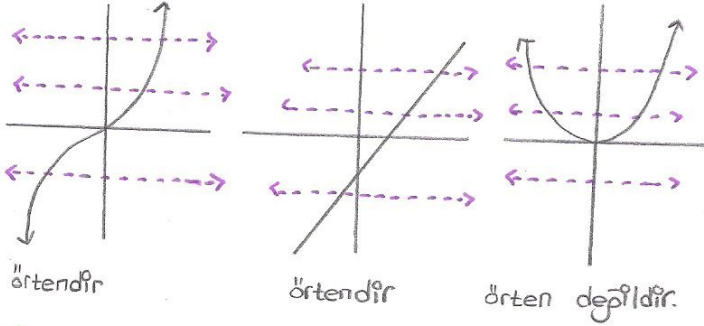


• **Örten fonksiyon:** Değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa fonksiyon örten dir.



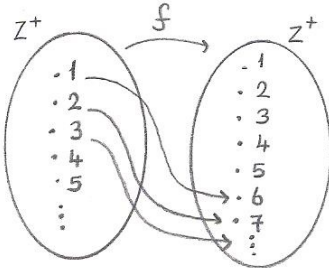
Grafikçi verilen bir fonksiyonun örten olması için x eksenine paralel çizilen tüm doğrular fonksiyonu kesmelidir.

6) Aşağıda verilen fonksiyonlardan hangileri örtendir?



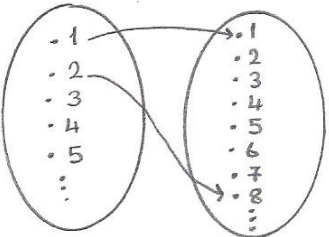
7) $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ tanımlı aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi örten fonksiyondur?

I. $f(x) = x+5$



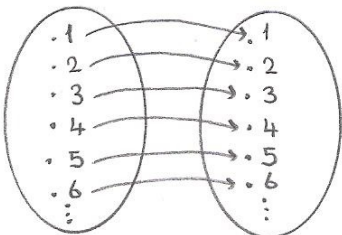
$\{1, 2, 3, 4, 5\}$ elemanları açıkta kaldığı için örten değildir.

II. $f(x) = x^3$



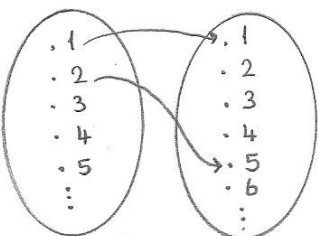
Değer kümesinde açıkta eleman kaldığı için örten değildir.

III. $f(x) = x$



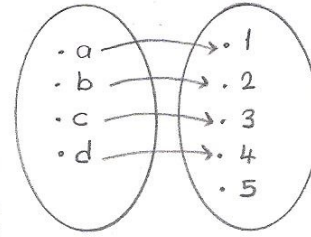
Değer kümesinde açıkta eleman kalmadığı için örten dir.

IV. $f(x) = 2x+1$

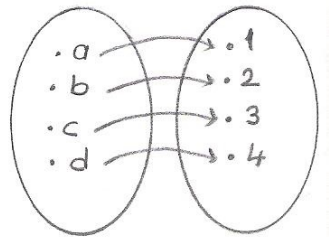


Değer kümesinde açıkta eleman kaldığı için örten değildir.

• Bire bir fonksiyon: Tanım kümesindeki her bir elemanın görüntüsünde farklı ise fonksiyon 1-1 dir.



1-1 içine

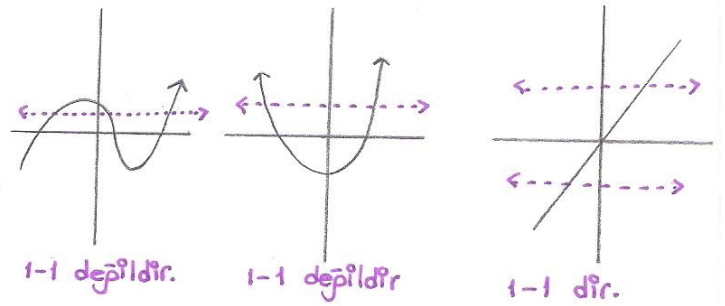


1-1 örten



Fonksiyonun grafiği verilmişse 1-1 olması için x eksenine paralel çizilen tüm doğrular grafiği bir noktada kesmelidir.

8) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlanan fonksiyonlardan hangileri bire birdir?



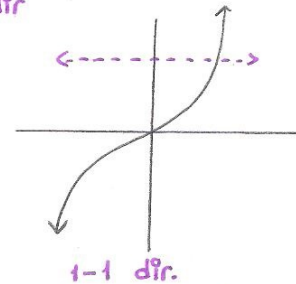
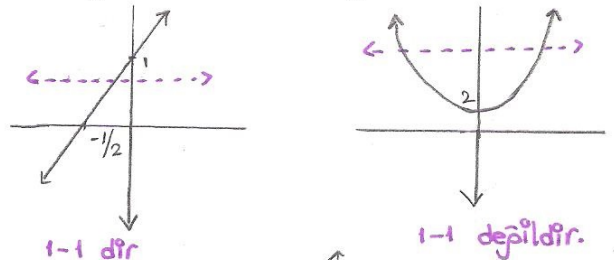
9) Gerçek sayılar kümesinde tanımlı

I. $f(x) = 2x+1$

II. $f(x) = x^2+2$

III. $f(x) = x^3$

fonsiyonlarından hangileri bire birdir?





$s(A) = a$ ve $s(B) = b$ olmak üzere

A dan B ye tanımlı fonksiyon sayısı: b^a

A dan B ye tanımlı bire bir fonksiyon sayısı: $P(b, a)$

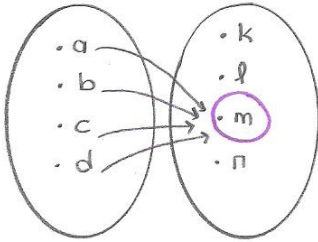
A dan A ya tanımlı bire bir örten fonksiyon sayısı: $a!$

A dan B ye tanımlı fonksiyon olmayan bölünüş sayısı: $2^{a \cdot b} - b^a$ dir.

• Sabit fonksiyon:

$$f: A \rightarrow B$$

$m \in B$ olmak üzere her $x \in A$ için $f(x) = m$ ise fonksiyon sabit fonksiyondur.



• Sabit bir fonksiyonda x değişkeni olmaz.

• $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f}$ fonksiyonu sabit fonksiyon ise $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ dir.

$$10) f(x) = (m+3)x^2 + (2m-n)x + m \cdot n + 2$$

fonksiyonu $R \rightarrow R$ ye tanımlanan sabit fonksiyon ise $f(100)$ nedir?

$$f(x) = \underbrace{(m+3)}_0 x^2 + \underbrace{(2m-n)}_0 x + \underbrace{m \cdot n}_{-3 \cdot -6} + 2$$

$$m+3=0 \Rightarrow m=-3$$

$$2m-n=0 \Rightarrow -6-n=0 \Rightarrow n=-6$$

$$f(x) = 20 \Rightarrow f(100) = 20$$

$$11) f(x) = (a-2)x^3 + (2a+b-4)x + a+b+5$$

fonksiyonu sabit fonksiyon ise

$f(5) + f(10!) + f(1981)$ toplamı nedir?

$$f(x) = \underbrace{(a-2)}_0 x^3 + \underbrace{(2a+b-4)}_0 x + \underbrace{a+b+5}_{2+0}$$

$$a-2=0 \Rightarrow a=2$$

$$2a+b-4=0 \Rightarrow b=0$$

$$\downarrow$$

$$f(x) = 7$$

$$f(5) + f(10!) + f(1981) = 7 + 7 + 7 = 21$$

$$12) f(x) = \frac{2x-15}{3x+m}$$

fonksiyon sabit fonksiyon ise m nedir?

$$\frac{2}{3} = \frac{-15}{m} \Rightarrow m = \frac{-45}{2}$$

• Birim fonksiyon: Her fonksiyonu kendisine götüren fonksiyondur.

$$f(x) = x$$

$$f(x+2) = x+2$$

$$f(x^2-1) = x^2-1$$

$$13) f(x) = (a-5)x^2 + (b+3)x + c-4$$

fonksiyonu birim fonksiyon ise $a+b+c$ nedir?

$$f(x) = \underbrace{(a-5)}_0 x^2 + \underbrace{(b+3)}_1 x + \underbrace{c-4}_0$$

$$\left. \begin{array}{l} a=5 \\ b=-2 \\ c=4 \end{array} \right\} a+b+c=7$$

$$14) f(x) = \frac{(a-4)x^2 + (b+3)x + 2-c}{2}$$

nu birim fonksiyon ise $b \cdot c + a$ nedir?

$$f(x) = \frac{\underbrace{(a-4)}_0 x^2 + \underbrace{(b+3)}_2 x + \underbrace{2-c}_0}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} a=4 \\ b=-1 \\ c=2 \end{array} \right\} b \cdot c + a = -2 + 4 = 2$$

• Doğrusal fonksiyon: $y = f(x) = ax + b$ şeklindeki fonksiyonlardır.

15) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak koşuluyla

$$f(3) = 7$$

$$f(5) = 11 \text{ ise } f(8) \text{ nedir?}$$

$$y = ax + b \Rightarrow \begin{array}{l} -1/3a + b = 7 \\ + 5a + b = 11 \end{array}$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2 \text{ ve } b = 1$$

$$f(x) = ax + b = 2x + 1 \Rightarrow f(8) = 17$$

16) f doğrusal bir fonksiyon

$$f(1) = 2$$

$$f(2) = 5 \text{ ise } f(10) \text{ nedir?}$$

$$y = ax + b \Rightarrow \begin{array}{l} -1/a + b = 2 \\ 2a + b = 5 \end{array}$$

$$a = 3$$

$$b = -1$$

$$f(x) = 3x - 1 \Rightarrow f(10) = 29$$

17) $f(x+1) + f(x+2) = 4x + 8$ olduğuna göre $f(x)$ nedir?

$$f(x) = ax + b$$

$$a(x+1) + b + a(x+2) + b = 4x + 8$$

$$ax + a + b + ax + 2a + b = 4x + 8$$

$$\underbrace{2ax + 3a + 2b}_{4 \quad 8} = 4x + 8$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$3a + 2b = 8 \Rightarrow 2b = 2$$

$$\downarrow$$

$$b = 1$$

$$f(x) = 2x + 1$$

• Fonksiyonlarda dört işlem:

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g: B \rightarrow \mathbb{R} \text{ ve } A \cap B \neq \emptyset \text{ olmak üzere}$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$$

$$k \in \mathbb{R} \text{ için } (k \cdot f)(x) = k \cdot f(x)$$

$$(k+f)(x) = k + f(x)$$

• Tanımlar aynı kalır, dört işlem görüntü-
lere uygulanır.

$$18) f: \{(1,2), (2,3), (3,1), (4,2), (5,7)\}$$

$$g: \{(0,2), (1,3), (3,5), (5,2), (6,4)\}$$

fonsiyonları veriliyor.

a) $f+g$ nedir?

$$f \cap g = \{(1,3), (5,9)\}$$

$$x=1 \text{ için } (f+g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 3 = 5$$

$$x=3 \text{ için } (f+g)(3) = f(3) + g(3) = 1 + 5 = 6$$

$$x=5 \text{ için } (f+g)(5) = 7 + 2 = 9$$

$$\{(1,5), (3,6), (5,9)\}$$

b) $f \cdot g$ nedir?

$$x=1 \text{ için } (f \cdot g)(1) = f(1) \cdot g(1) = 2 \cdot 3 = 6 \quad \{(1,6), (3,5), (5,14)\}$$

$$x=3 \text{ için } (f \cdot g)(3) = f(3) \cdot g(3) = 1 \cdot 5 = 5$$

$$x=5 \text{ için } (f \cdot g)(5) = f(5) \cdot g(5) = 7 \cdot 2 = 14$$

c) $f+3$ nedir?

$$x=1 \text{ için } (f+3)(1) = f(1) + 3 = 5$$

$$x=2 \text{ için } (f+3)(2) = f(2) + 3 = 6$$

$$x=3 \text{ için } (f+3)(3) = f(3) + 3 = 4$$

$$x=4 \text{ için } (f+3)(4) = f(4) + 3 = 5$$

$$x=5 \text{ için } (f+3)(5) = f(5) + 3 = 10$$

$$\{(1,5), (2,6), (3,4), (4,5), (5,10)\}$$

19) $f(2x+1) = x^2 + 3x - 1$ olduğuna göre $f(11)$ nedir?

$$f(\underbrace{2x+1}_{11}) = x^2 + 3x - 1$$

$$2x+1 = 11$$

$$2x = 10 \Rightarrow x = 5 \text{ olmalıdır.}$$

$$x = 5 \text{ için } f(11) = 25 + 15 - 1 = 39$$

20) $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x^2 - x + 2$ olduğuna göre $f(3)$ değeri nedir?

$$\frac{x-1}{x+1} = 3 \Rightarrow 3x+3 = x-1$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$x = -2 \text{ için } f(3) = (-2)^2 - (-2) + 2 \\ = 4 + 2 + 2 \\ = 8$$

21) $f(x) = x^2 + 3x - 5$ olduğuna göre $f(x+2)$ nedir?

$$f(x) = x^2 + 3x - 5$$

$$\downarrow \\ x+2$$

x yerine (x+2) yazılarak elde edilir.

$$f(x+2) = (x+2)^2 + 3(x+2) - 5 \\ = x^2 + 4x + 4 + 3x + 6 - 5 \\ = x^2 + 7x + 5$$

22) $f(x) = x^2 - x + 1$ olduğuna göre $f(1-x) - f(x)$ ifadesinin eşiti nedir?

$$f(1-x) = (1-x)^2 - (1-x) + 1 \\ = 1 - 2x + x^2 - 1 + x + 1$$

$$f(1-x) = x^2 - x + 1$$

$$f(1-x) - f(x) = (x^2 - x + 1) - (x^2 - x + 1) \\ = 0$$

😊 Fonksiyonlarda birbirine eş olan fonksiyonlara x diyebiliyoruz.

23) $f(x^2+x) = 2x^2 + 2x + 4$ olduğuna göre $f(5)$ nedir?

$$f(\underbrace{x^2+x}_x) = 2(\underbrace{x^2+x}_x) + 4$$

$$f(x) = 2x + 4 \text{ ise } f(5) = 14$$

24) $f(x^3-x+1) = 3x^3 - 3x + 7$ olduğuna göre $f(x)$ nedir?

$$f(\underbrace{x^3-x+1}_x) = 3(\underbrace{x^3-x+1}_x) + 4$$

$$f(x) = 3x + 4$$

25) $f\left(\frac{1+x}{x-4}\right) = \frac{2x-8}{1+x}$ olduğuna göre $f(x)$ nedir?

$$f\left(\underbrace{\frac{1+x}{x-4}}_x\right) = 2 \cdot \left(\frac{x-4}{1+x}\right) \Rightarrow f(x) = \frac{2}{x}$$

• Ters fonksiyon:

$y = f(x) = ax + b$ şeklinde ise x yalnız bırakılır ve y yerine x yazılırsa fonksiyonun tersi alınır.

$$f(x) = 3x - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$$

$$f(x) = x - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = x + 2$$

$$f(x) = 4x + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-2}{4}$$

$$f(x) = 4 - x \Rightarrow f^{-1}(x) = 4 - x$$

$$y = 2x - 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$$

$$y = 4x + 7 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-7}{4}$$

$$y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \text{ dir.}$$

$$y = \frac{3x+3}{x+2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-2x+3}{x-3}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{2x-3}{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x-3}{x-2}$$

😊 $f: \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \longrightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$

$\downarrow$ fonksiyonun kendisini tanımsız yapar. $\downarrow$ fonksiyonun tersini tanımsız yapar.

$$y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x \text{ dir.}$$

$$f(x+1) = x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = x+1$$

$$f(3x+1) = \frac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow f^{-1}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = 3x+1$$

$$f(x) = 3x+1 \Leftrightarrow f^{-1}(3x+1) = x$$

$$f(1) = 7 \Leftrightarrow f^{-1}(7) = 1$$

26) $f^{-1}(4x-1) = x+2$ ise $f(5)$ nedir?

$$f(\underbrace{x+2}_5) = 4x-1$$

$$x+2 = 5 \Rightarrow x = 3$$

$$f(5) = 11$$

27) $f(2^{x+1}) = \frac{3x+1}{x-2}$ ise $f^{-1}(10)$ nedir?

$$f^{-1}\left(\underbrace{\frac{3x+1}{x-2}}_{10}\right) = 2^{x+1}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = 10 \Rightarrow 3x+1 = 10x-20$$

$$21 = 7x$$

$$x = 3$$

$$x = 3 \text{ için } f^{-1}(10) = 2^4 = 16$$

28) $f(2x+1) = 4x-3$ olduğuna göre $f(x)$ in eşiti nedir?

$$f(2x+1) = 4x-3$$

$\Downarrow$

burada

verilen fonksiyonun

tersini x gördüğümüz

yere yazarsak $f(x)$ bulunur.

$2x+1$ in tersi $\frac{x-1}{2}$ olduğundan x gördüğümüz yere $\frac{x-1}{2}$ yazmalıyız.

$$f(x) = 4 \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right) - 3$$

$$= 2x-2-3$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x-5$$

29) $f(3x-1) = 9x^2-3x+4$ olduğuna göre $f(x)$ nedir?

x yerine $\left(\frac{x+1}{3}\right)$ yazalım.

$$f(x) = 9 \cdot \left(\frac{x+1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{x+1}{3}\right) + 4$$

$$= 9 \cdot \left(\frac{x^2+2x+1}{9}\right) - 3 \cdot \left(\frac{x+1}{3}\right) + 4$$

$$= x^2+2x+1-x-1+4$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2+x+4$$

30) $f(x+2) = x^2-3x+4$ olduğuna göre $f(x)$ in eşiti nedir?

x yerine $(x-2)$ yazalım.

$$f(x) = (x-2)^2 - 3 \cdot (x-2) + 4$$

$$= x^2-4x+4-3x+6+4$$

$$= x^2-7x+14$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2-7x+14$$

31) $f: \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\} \rightarrow \mathbb{R} - \{\frac{3}{4}\}$

$f(x) = \frac{ax+1}{4x+b}$ olduğuna göre a.b nedir?

$x = \frac{1}{2}$ için $4 \cdot \frac{1}{2} + b = 0 \Rightarrow 2+b=0$
 $\boxed{b=-2}$

$f^{-1}(x) = \frac{-bx+1}{4x-a}$

$x = \frac{3}{4}$ için $4 \cdot \frac{3}{4} - a = 0 \Rightarrow \boxed{a=3}$

$a.b = -6$

32) $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$

$f(x) = \frac{mx+2}{2x-n}$ olduğuna göre m+n

toplamı nedir?

$x=2$ için $2 \cdot 2 - n = 0 \Rightarrow \boxed{n=4}$

$f^{-1}(x) = \frac{nx+2}{2x-m}$ için ise $x=3$ yazılırsa

$2 \cdot 3 - m = 0$

$\boxed{m=6}$

$m+n=10$

• Bileşke fonksiyon:

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ şeklinde tanımlanır.

😊 Sağda verilen fonksiyon solda yazan fonksiyonda x görülen her yere yazılır.

33) $f(x) = 3x+1$

$g(x) = 2x-3$ olduğuna göre

a) $(f \circ g)(x)$ nedir?

$f(g(x)) = f(2x-3) = 3(2x-3)+1 = 6x-8$

b) $(g \circ f)(x)$ nedir?

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x+1)$

$= 2(3x+1)-3$

$= 6x-1$

• Bileşke fonksiyonun özellikleri:

• $f \neq g$ için $f \circ g \neq g \circ f$ dir.

• $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$

• I birim fonksiyon olmak üzere

$f \circ I = I \circ f = f$

• $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$

• $(f^{-1})^{-1} = f$

• $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

• $(f \circ g) \circ g^{-1} = f \circ (g \circ g^{-1}) = f \circ I = f$

34) $(f \circ g)(x) = 9x+7$ ve $g(x) = 3x+2$ olduğuna göre $f(x)$ nedir?

I.yol: $f(g(x)) = 9x+7$

$f(3x+2) = 9x+7$

x yerine $(\frac{x-2}{3})$ yazılır.

$f(x) = 9 \cdot (\frac{x-2}{3}) + 7$

$= 3x-6+7$

$\Rightarrow f(x) = 3x+1$

II.yol: $(f \circ g)(x) \circ g^{-1} = (9x+7) \circ g^{-1}$

$f(x) = (9x+7) \circ (\frac{x-2}{3})$

$= 9 \cdot (\frac{x-2}{3}) + 7$

$= 3x-6+7$

$\Rightarrow f(x) = 3x+1$

35) $(f \circ g)(x) = 2x+4$ ve $g(x) = x+2$ olduğuna göre $f(x)$ nedir?

$$f(g(x)) = 2x+4$$

$$f(x+2) = 2x+4 \Rightarrow x \text{ yerine } (x-2) \text{ yazabiliriz.}$$

$$f(x) = 2 \cdot (x-2) + 4$$

$$f(x) = 2x - 4 + 4$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x$$

36) $(f \circ g)(x) = 4x-3$ ve $f(x) = 2x-1$ olduğuna göre $g(x)$ nedir?

$$f(g(x)) = 4x-3$$

$$2 \cdot (g(x)) - 1 = 4x-3$$

$$2g(x) - 1 = 4x-3$$

$$2g(x) = 4x-2$$

$$g(x) = 2x-1$$

37) $(f \circ g)(x) = 2x-1$ ve $f(x) = 2x+4$ olduğuna göre $g(x)$ nedir?

$$f(g(x)) = 2x-1$$

$$2g(x) + 4 = 2x-1$$

$$2g(x) = 2x-5 \Rightarrow g(x) = \frac{2x-5}{2}$$

38) $(f^{-1} \circ g)^{-1}(x) = 2x+1$ ve $f(x) = x+2$ olduğuna göre $g(x)$ nedir?

$$(g^{-1} \circ f)(x) = 2x+1$$

$$g^{-1}(f(x)) = 2x+1$$

$$g^{-1}(x+2) = 2x+1$$

$$g(2x+1) = x+2$$

$$x \text{ yerine } \left(\frac{x-1}{2}\right) \text{ yazılır.}$$

$$g(x) = \frac{x-1}{2} + 2 = \frac{x+3}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{x+3}{2}$$

😊 Fonksiyonlar birbiri cinsinden yazılırken birbirine benzer şeyler bulunmayı çabıyalır.

39) $f(x) = 2^{x+2}$ ise $f(x+1)$ in $f(x)$ cinsinden değeri nedir?

$$f(x+1) = 2^{x+1+2} \Rightarrow f(x+1) = 2^{x+3}$$

$$f(x+1) = 2^{x+2} \cdot 2^1$$

$$= f(x) \cdot 2$$

$$= 2f(x)$$

40) $f(x) = 2^{3x-1}$ olduğuna göre $f(2x)$ in $f(x)$ cinsinden değeri nedir?

$$f(2x) = 2^{3 \cdot 2x-1} = 2^{6x-1} = \frac{(2^{3x})^2}{2}$$

$$f(x) = \frac{2^{3x}}{2} \Rightarrow 2^{3x} = 2f(x)$$

$$\Rightarrow f(2x) = \frac{(2f(x))^2}{2} = \frac{4f^2(x)}{2} = 2f^2(x)$$

41) $f(x) = 3x+1$ ise $f(2x)$ in $f(x)$ cinsinden değeri nedir?

$$f(2x) = 6x+1 = 2(3x)+1$$

$$f(x) = 3x+1$$

$$\Rightarrow 3x = f(x) - 1$$

$$f(2x) = 2 \cdot (f(x) - 1) + 1 = 2f(x) - 1$$

• **Permütasyon fonksiyon:** $f: A \rightarrow A$ ya tanımlanan bire bir ve örten fonksiyonlara **permütasyon fonksiyon** adı verilir.

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$f: \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & d & b \end{pmatrix}$$

$$f(a) = c$$

$$f(c) = d$$

$$f^{-1}(b) = d$$

$$f^{-1}(d) = c$$

42) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı

$$f: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ ve } g: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

fonksiyonları veriliyor. Buna göre

a) $(f \circ g)(2)$ nedir?

$$f(g(2)) = f(3) = 1$$

b) $(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = 4$

c) $f \circ g$ nedir?

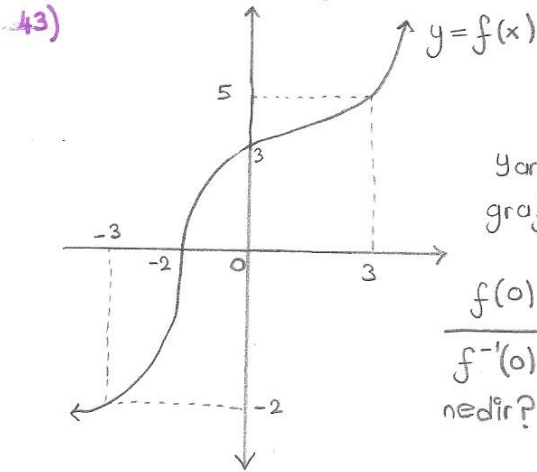
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

d) f^{-1} nedir?

$$f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Fonksiyonların grafikleri:

Grafikte verilen noktalar belirlenir ve bu noktalar fonksiyonda yerine yazılır.



Yanda verilen grafiğe göre

$$\frac{f(0) + f^{-1}(5)}{f^{-1}(0) + f(3)}$$

nedir?

$$x = -3 \text{ için } f(-3) = -2 \Rightarrow f^{-1}(-2) = -3$$

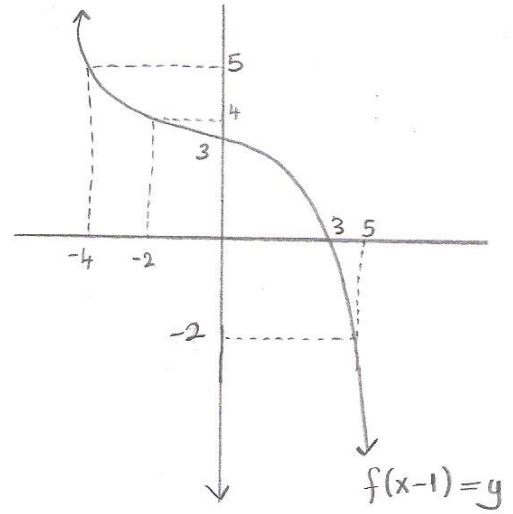
$$x = -2 \text{ için } f(-2) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = -2$$

$$x = 0 \text{ için } f(0) = 3 \Rightarrow f^{-1}(3) = 0$$

$$x = 3 \text{ için } f(3) = 5 \Rightarrow f^{-1}(5) = 3$$

$$\frac{3+3}{-2+5} = \frac{6}{3} = 2$$

44)



Yukarıda $f(x-1) = y$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre

$$\frac{(f \circ f)(-3) + f^{-1}(3)}{f^{-1}(5) + f(2)}$$

ifadesinin değeri nedir?

$$x = -4 \text{ için } f(-5) = 5$$

$$x = -2 \text{ için } f(-3) = 4$$

$$x = 0 \text{ için } f(-1) = 3$$

$$x = 3 \text{ için } f(2) = 0$$

$$x = 5 \text{ için } f(4) = -2$$

$$\frac{f(f(-3)) + f^{-1}(3)}{f^{-1}(5) + f(2)} = \frac{-2 + (-1)}{-5 + 0} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$$